

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Нигматулин Н.Р., студент БФ УУНиТ,

Беляев П.Л., к.ф.-м.н, доцент,

Бирский филиал УУНиТ, г. Бирск, Россия

Аннотация: Моделирование является мощным инструментом для изучения и прогнозирования экономических процессов, позволяя заменять дорогостоящие реальные эксперименты. В экономике особое место занимает модель Басса, которая описывает диффузию новых продуктов на рынке, учитывая влияние рекламы и социального подражания. Модель разделяет потребителей на новаторов и имитаторов, позволяет прогнозировать динамику продаж и определять момент пикового спроса. Её практическая ценность подтверждена в различных отраслях, а аналитическое решение с чёткими параметрами делает её удобной для анализа и адаптации к современным экономическим условиям, включая кризисы и процессы замещения продуктов.

Ключевые слова: Моделирование, экономико-математические модели, модель Басса, новаторы, имитаторы, прогнозирование, коэффициент инновации, коэффициент имитации.

Моделирование — это очень эффективный инструмент для научного изучения природных, общественных и экономических процессов, а также их взаимосвязей. В том числе и экономические процессы можно описать цифрами, используя специальные экономико-математические модели. В ходе исследования модель сама по себе становится отдельным объектом, изучая который, мы можем узнать что-то новое о реальном объекте или процессе. Если результаты, полученные с помощью модели, подтверждаются в реальности и на их основе можно строить прогнозы, то такая модель

считается адекватной, то есть правильной. При этом правильность модели всегда оценивается относительно конкретной цели её создания и выбранных критериев оценки.

Моделирование широко применяется в экономике, так как оно может заменить дорогостоящие реальные эксперименты и повысить эффективность управления. Например, компании благодаря моделям экономят 10-20% средств за счёт снижения затрат и роста производительности[2, с. 62].

Однако моделировать экономические процессы сложнее, чем физические. Если производственные аспекты поддаются расчёту относительно легко, то главная трудность — это необходимость учитывать человеческий фактор: личные интересы, поведение и самостоятельные решения людей, которые влияют на все экономические отношения.

Экономические модели делятся на два типа:

1. Теоретические модели: помогают понять, как устроены экономические системы. Их параметры задаются теоретически, а не берутся из реальной жизни (например, модели ещё не существующих технологий).
2. Прикладные модели: их параметры можно измерить на основе реальных данных, что позволяет делать прогнозы и принимать практические решения.

Примером служит «инновационный показатель» — модель, которая на основе данных о затратах отрасли на разработки оценивала её успешность в создании новых продуктов и технологий.

Учёный Ф. Басс развил идеи диффузии инноваций, подойдя к вопросу иначе. Он сосредоточился на моменте первого появления товара на рынке и предложил модель, похожую на распространение эпидемии.

Басс разделил покупателей на два типа:

- Новаторы — те, кто пробуют новое первыми.
- Имитаторы — все остальные (ранние и поздние последователи), кто копирует поведение других.

Модель показывает, что продажи нового продукта растут до пика, а затем снижаются, когда рынок насыщается. Для успешных новинок показатель подражания намного выше, чем новаторства. Практическая точность модели была проверена в сфере торгового, промышленного и сельскохозяйственного оборудования, а также бытовой техники[3, с.124].

Была и другая модель для оценки скорости, с которой новшество вытесняет старый продукт, её создали Фишер и Прай. Они исходили из двух главных предположений. Во-первых, если новинка захватила хотя бы 2% рынка, то процесс её распространения будет продолжаться до полного захвата. Во-вторых, скорость, с которой новинка вытесняет старый продукт, пропорциональна оставшейся доле рынка, которую ещё можно захватить.

Важно помнить, что, когда мы с помощью модели изучаем, как один продукт вытесняет другой, эта замена редко бывает полной и прямой. Обычно новый товар обладает более широкими возможностями, и он замещает старый лишь частично. В этом плане полезен подход, который анализирует нужды потребителей. Оценивая их потребности, становится яснее, почему новинка стала успешной или провалилась. Модели, созданные для такого анализа, помогают в итоге разработать теорию инновационного процесса.

Среди всех моделей наибольший интерес для исследователей представляет модель Басса, потому что её точность и польза доказаны на практике. Поэтому именно на этой модели есть смысл остановиться подробнее[1, с.126]

Модель Басса описывает диффузию новых продуктов, её суть состоит в следующем. Пусть существует некоторый рынок, на котором появляется принципиально новый продукт. Этот продукт создает новый спрос. Тогда доля покупателей, совершающих акт покупки в момент времени t , описывается формулой:

$$\frac{f(t)}{1 - F(t)} = p + qF(t), \quad (1)$$

где $f(t)$ – доля покупателей, совершающих акт покупки в момент времени t (функция плотности распределения покупателей во времени); $F(t)$ – доля покупателей, купивших продукт до момента времени t (функция распределения покупателей во времени);

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt,$$

p – коэффициент инновации или коэффициент внешнего влияния; q – коэффициент имитации или коэффициент внутреннего влияния.

Согласно этой модели, люди покупают товар по одной из двух причин. Первая причина — это реклама по телевизору, в интернете или других средствах массовой информации. Покупателей, которые реагируют на это, называют новаторами. Вторая причина — это совет или пример других людей, которые уже купили этот товар. Таких покупателей называют имитаторами.

Соответственно, вероятность того, что человек что-то купит (это то, что стоит в левой части формулы (3), зависит от двух вещей. Во-первых, от внешнего влияния, то есть от рекламы. Считается, что сила этой рекламы постоянна и не меняется. Во-вторых, на вероятность покупки влияет общество. Чем больше людей уже стали владельцами товара, тем сильнее их влияние на остальных. Предполагается, что это внутреннее влияние растет прямо пропорционально количеству людей, которые уже совершили покупку [1, с.148].

Пусть m – число потенциальных покупателей продукта (потенциальный спрос), тогда $mf(t)=n(t)$ есть число покупок в момент времени t . Аналогично, $Mf(t)=N(t)$ есть число человек, уже совершивших покупку. Используя эти обозначения, можно переписать формулу (1) в следующем виде:

$$mf(t) = n(t) = [p + qF(t)][m - mF(t)] = [p + \frac{q}{m}N(t)][m - N(t)] \quad (2)$$

Так как $n(t) = \frac{dN(t)}{dt}$, то получаем дифференциальное уравнение первого порядка, описывающее динамику продаж исследуемого продукта:

$$\frac{dN(t)}{dt} = [p + \frac{q}{m}N(t)][m - N(t)] \quad (3)$$

Для постоянных параметров (p , q , m) существует аналитическое решение:

$$N(t) = m \left[\frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p}e^{-(p+q)t}} \right], \quad (4)$$

$$n(t) = m \left[\frac{p(p+q)^2 e^{-(p+q)t}}{(p + qe^{-(p+q)t})^2} \right]. \quad (5)$$

Граничные условия модели задают область определения этих функций интервалом $[0, +\infty)$

На рис. 1 и 2 приведены качественные графики функций (4) и (5), описывающих динамику роста числа покупателей продукта.

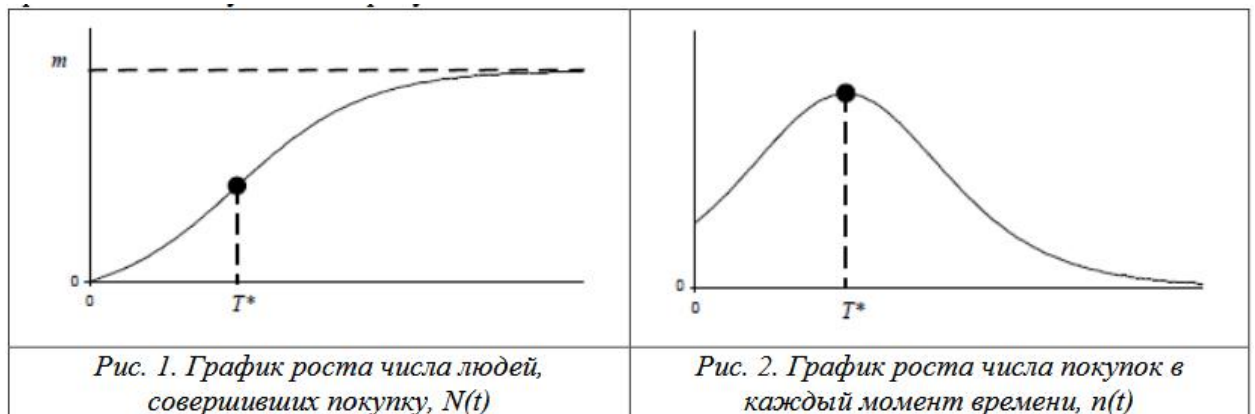


График роста числа людей, уже совершивших покупку, показывает, что сначала скорость роста увеличивается до момента времени T^* (точка перегиба), а затем скорость роста начинает убывать. В результате наблюдается процесс насыщения до уровня m , т.е. рынок исчерпывает свой потенциал[3, с.151].

Точка перегиба T^* , отмеченная на графике, вычисляется по формуле:

$$T^* = \frac{1}{p+q} \ln\left(\frac{q}{p}\right) \quad (6)$$

Согласно модели Басса, пик продаж нового товара возникает только при условии, что коэффициент внутреннего влияния (q) больше коэффициента внешнего влияния (p). В противном случае пик не образуется.

Модель полезна для анализа и прогнозирования продаж, особенно в условиях кризиса, поскольку позволяет оценить негативное влияние на рынок. Её продолжают развивать и адаптировать под современные экономические реалии, в том числе для описания замещения старых продуктов новыми.

Литература

1. Блехман И.И. и др. Механика и прикладная математика / И.И. Блехман, А.Д. Мышкис, Я.Г. Пановко. – Москва : Наука, 1990. – 360 с. – Текст : непосредственный.
2. Тихомиров В.А. Модели и методы стратегического управления сложными социально-экономическими и технологическими системами: монография / В.А. Тихомиров. – Тверь: ВУ ПВО, 2003. – Текст : непосредственный.
3. Казанцев С.Ю. Использование диффузионной модели в прогнозировании долей рынка (на примере развития сетей сотовой связи в стандартах GSM и CDMA2000) / С.Ю. Казанцев. – Текст: электронный. – URL: www.ecfor.ru